**Оглавление**

|  |  |
| --- | --- |
| Предисловие .............................................................................................. |  |
| Обозначения .............................................................................................. |  |
|  |  |
| Глава I. Необходимые сведения из теории матриц и устойчивости движения ........................................................................................................ |  |
| § 1.1.  Основные определения матричного исчисления ............................ |  |
| § 1.2.  Функции от матриц .......................................................................... |  |
| § 1.3.  Определение устойчивости. Уравнения возмущенного движения. Функции Ляпунова ........................................................................... |  |
| § 1.4.  Теоремы Ляпунова об устойчивости. Теорема Барбашина-Красовского ...................................................................................... |  |
| § 1.5.  Свойства решений линейных систем. Лемма Гронуолла-Беллмана. Экспоненциал матрицы ................................................ |  |
| § 1.6.  Устойчивость линейных систем с постоянной матрицей ............... |  |
| § 1.7.  Теорема Ляпунова. Устойчивость линейных систем с переменной матрицей ........................................................................................... |  |
|  |  |
| Глава II. Абсолютная устойчивость динамических систем ................... |  |
| § 2.1.  Абсолютная устойчивость динамических систем в основном случае ................................................................................................ |  |
| § 2.2.  Абсолютная устойчивость динамических систем в критических случаях. Задача А.И. Лурье ........................................................... |  |
| § 2.3.  Основные леммы частотного метода. Теорема В.М. Попова ........ |  |
| § 2.4.  Доказательство теоремы В.М. Попова. Критические случаи ........ |  |
| § 2.5.  Алгебраические критерии абсолютной устойчивости динамических систем ...................................................................... |  |
|  |  |
| Глава III. Абсолютная устойчивость нелинейных динамических систем с ограниченными ресурсами ............................................................. |  |
| § 3.1.  Основной случай. Постановка задачи. Неособое преобразование . |  |
| § 3.1.1.  Свойства решений. Несобственные интегралы ............................ |  |
| § 3.1.2.  Несобственные интегралы. Абсолютная устойчивость ............... |  |
| § 3.1.3.  Эффективность метода. Задача В.А. Плисса ............................... |  |
| § 3.2.  Простой критический случай. Постановка задачи. Неособое преобразование. Свойства решений ............................................... |  |
| § 3.2.1.  Несобственные интегралы. Абсолютная устойчивость ............... |  |
| § 3.2.2.  Эффективность метода. Задача Б.В. Булгакова ........................... |  |
| § 3.3.  Критический случай. Постановка задачи. Неособое преобразование. Свойства решений ............................................... |  |
| § 3.3.1.  Несобственные интегралы ............................................................ |  |
| § 3.3.2.  Эффективность метода. Задача А.И. Лурье и В.Н. Постникова |  |
|  |  |
|  |  |
| Глава IV. Глобальная асимптотическая устойчивость динамических систем с цилиндрическим фазовым пространством ................................... |  |
| § 4.1.  Постановка задачи. Неособое преобразование. Свойства решений  |  |
| § 4.1.1.  Несобственные интегралы I |  |
| § 4.1.2.  Несобственные интегралы II. Глобальная асимптотическая устойчивость .................................................................................. |  |
| § 4.1.3.  Эффективность метода. Задача фазовой синхронизации ............ |  |
| § 4.2.  Сложные динамические системы. Постановка задачи. Неособое преобразование. Простой случай ................................................... |  |
| § 4.3.  Общий случай. Несобственные интегралы. Устойчивость ............ |  |
| Литература .................................................................................................. |  |

**Предисловие**

Достижение науки и техники последних лет, освоение атомной энергии, запуск искусственных спутников Земли, пилотируемые космические корабли, мягкая посадка на Луну, управление ядерными и химическими реакторами были бы невозможны без надлежащего использования современных принципов и методов построения регулируемых систем.

Регулируемые системы относятся к классу динамических систем с обратной связью, в котором изучается устойчивость, качества переходных процессов, динамические точности, автоколебания, проблемы синтеза и идентификации.

Несмотря на то, что теория регулируемых линейных систем имеет законченный характер, теория нелинейных регулируемых систем разработана еще недостаточно.

Первая часть монографии посвящена решению актуальных проблем нелинейных регулируемых систем. Рассматривается класс обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих динамику нелинейных регулируемых систем, правая часть которых содержит нелинейные функции из заданного множества. Такая неопределенность правой части порождает не единственность решения, что приводит к необходимости исследования групповых свойств решений системы. Одним из таких свойств является абсолютная устойчивость тривиального решения, т.е. свойства, при котором все решения, исходящие из любой начальной точки при любых нелинейных функциях из заданного множества, стремятся с течением времени к положению равновесия.

В монографии предлагается совершенно новый метод исследования абсолютной устойчивости нелинейных регулируемых систем без привлечения каких-либо функций Ляпунова и частотных теорем, путем оценки несобственных интегралов вдоль решения системы.

Математической моделью маятниковых систем в механике, навигационных систем в радиотехнике, синхронных машин в энергетике, синхронизация в электронике, вибрационных систем в технике являются динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством (или просто фазовые системы).

Математической моделью динамических систем с цилиндрическим фазовым пространством является класс обыкновенных дифференциальных уравнений, правая часть которых содержит периодические функции от части фазовых координат системы, называемых угловыми. Фазовые системы обладают следующими особенностями: во-первых, они имеют счетное множество положений равновесия; во-вторых, в таких системах кроме обычных предельных циклов (первого рода) могут быть предельные циклы второго рода, связанные с периодичностью правой части по угловым координатам; в-третьих, эти системы имеют специфическую форму движения – круговые движения, порожденные сохранением знака угловой координаты.

Интерес представляет случай, когда периодические функции и их производные из правой части дифференциальных уравнений являются произвольными элементами заданных функциональных множеств, и уравнения движения фазовых систем становятся дифференциальными включениями. Так как в этом случае через заданную точку фазового пространства проходит бесконечное множество решений, каждое из которых порождается фиксированными элементами заданного функционального класса нелинейных функций, то целесообразно изучить асимптотические свойства семейства решений таких систем. Поскольку множество положений равновесия системы является счетным множеством, то для устойчивости системы необходимо, чтобы каждое решение асимптотически стремилось к какому-либо положению равновесия из счетного множества. Такое свойство решений фазовых систем называется глобальной асимптотической устойчивостью.

В монографии предлагается совершенно новый подход к решению глобальной асимптотической устойчивости. Создана общая теория глобальной асимптотической устойчивости фазовых систем со счетным множеством положений равновесия, основанная на априорном оценивании несобственных интегралов вдоль решений системы.

Книга состоит из четырех глав. В первую главу включены необходимые сведения из теории матриц и устойчивости движения. Эти сведения нужны для чтения книги не прибегая к другим источникам по теории матриц и второго метода Ляпунова.

Во второй главе приведены результаты по абсолютной устойчивости регулируемых систем в основном и критических случаях, полученные на основе функции Ляпунова и частотной теоремы. Материалы первой и второй главы являются вспомогательными.

Третья глава содержит результаты научных исследований автора по абсолютной устойчивости нелинейных динамических систем с ограниченными ресурсами. Рассмотрены три случая: основной, простой критический, критический и для указанных случаев получены в отдельности, критерий абсолютной устойчивости на основе оценки несобственных интегралов вдоль решения системы.

В четвертой главе изложены научные результаты по глобальной асимптотической устойчивости динамических систем с цилиндрическим фазовым пространством.

Автор благодарен коллективу кафедры дифференциальных уравнений и теории управления за оказанную помощь в подготовке рукописи к изданию, будет признателен всем, кто пришлет свои замечания по данной книге.

Айсагалиев С.А.

**Обозначения**

 есть элемент множества 

 не является элементом множества 

 множество  составляет часть множества 

существует элемент  множества 

все элементы  множества 

множество всех точек  для которых выполнено неравенство 

действительная и мнимая часть комплексного числа 

сопряженная величина для числа 

определитель матрицы 

норма матрицы 

квазидиагональная матрица;

декартово произведение множеств  и  т.е. совокупность всех пар  где 

евклидова норма вектора  скалярное произведение векторов  и 

функция  непрерывна в действительной области действительное мерное пространство, 

единичная матрица порядка 